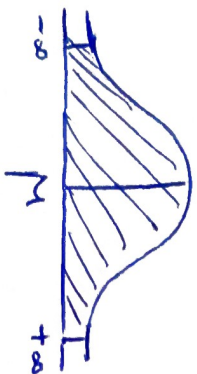


توزيع نرمال

مهمترین توزیع بوده درآمار، توزیع نرمال است و آن را با نماد $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ نشان می دهند.

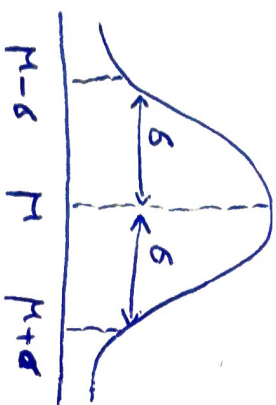
شکل تابع چگالی $f(x)$ به صورت زنی شکل می باشد و همیشه ی راست $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ می باشد و این بدان معنیست

رست نه کل مساحت زیر تابع چگالی برابر با ۱ است.



مساحت ها سوچور واره برابر ۱ است.

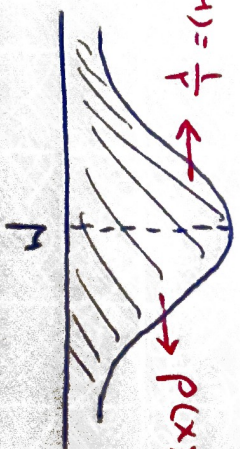
(۱) شکل کاملاً متقارن است بنابراین $\mu_a = \mu_e = \mu$ می باشد.



(۲) در سطح علف این معنی $X = \mu \pm \sigma$ می باشد نه در شکل مقابل معنی شده اند.

(۳) معنی نسبت به خط $X = \mu$ متقارن است بنابراین با توجه به اینکه کل مساحت زیر منحنی برابر با ۱ می باشد

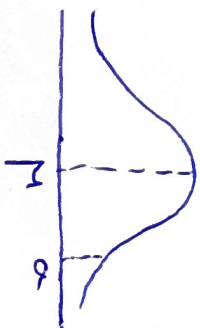
$$F(\mu) = P(X < \mu) = \frac{1}{2} \quad \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \right)$$



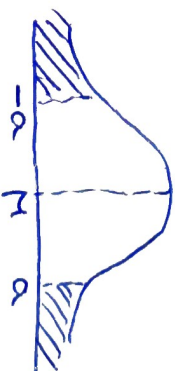
$$P(X < \mu) = P(X > \mu) = \frac{1}{2}$$

۱۴ همچنین با توجه به این که این شکل متقارن است می‌توانک برای هر عدد حقیقی $a \in \mathbb{R}$ می‌توانست

$$\textcircled{1} P(X < a) = 1 - P(X \geq a)$$



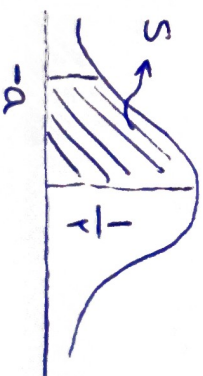
$$\textcircled{2} \begin{cases} P(X \leq -a) = P(X \geq a) \\ P(-a \leq X \leq a) = 1 - P(X < -a) - P(X > a) = 1 - 2P(X > a) = 1 - 2P(X < -a) \end{cases}$$



$$\textcircled{3} P(X < a) = \frac{1}{2} + S$$



$$\textcircled{4} P(X > -a) = \frac{1}{2} + S$$



طریقه محاسبه احتمال در توزیع نرمال

برای محاسبه احتمال یک متغیر پیوسته، همان طور که می دانید باید روی مامله مورد نظر از تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی اشتراک گیری از تابع چگالی احتمال نرمال کار بر می آوریم. لذا باید نرمال خطی هر توزیع نرمال را به توزیع نرمال استاندارد تبدیل کرده و آن ماه با استفاده از جدول احتمالات بصورت زیر

نرمال استاندارد احتمالات مربوطه را به دست می آوریم. تبدیل خطی که صورتش نرمال را به یک استاندارد تبدیل می کند عبارتست از کم کردن متغیر از میانگین آن متغیر و تقسیم آن بر انحراف معیاری.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

نرمال استاندارد استاندارد میانگین

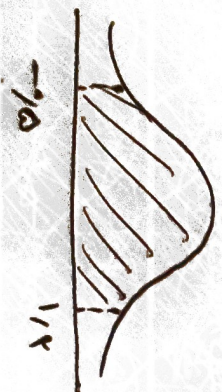
انحراف معیار

سؤال: اگر $(X, Y) \sim N(0, 1)$ باشد، احتمال $P(45 < X < 62)$ را بدست آورید.

ابتدا متغیر استاندارد می‌کنیم. پس از جدول مقادیر احتمال را می‌گیریم. استاندارد کردن یعنی هر سه طرف تساوی بالا را از میانبری کم کنیم و بر اعشاریه تقسیم کنیم.

$$P\left(\frac{45-0}{\sqrt{100}} < \frac{X-0}{\sqrt{100}} \leq \frac{62-0}{\sqrt{100}}\right) = P(-1.5 < Z \leq 1.2)$$

$$\Rightarrow P(Z \leq 1.2) - P(Z \leq -1.5) = 0.8849 - [1 - 0.9398] = 0.8247$$



مثال، در یک نمونه آماری با مشخصه ۵۰ و انحراف استاندارد ۸ نمره ۲ نمره ۸ نمره ۲ نمره ۶۶ است

را حساب کنید.

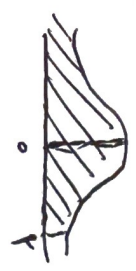
$$\mu = 50$$

$$\sigma = 8$$

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma} = \frac{76 - 50}{8} = 2$$

$$X = 76$$

$$P(Z \leq 2) = 0.9772$$



مثال،

در یک نمونه آماری با مشخصه ۱۰۰ و انحراف استاندارد ۱۵ نمره ۲ نمره ۸ نمره ۲ نمره ۱۱۵ است

را حساب کنید.

$$Z = \frac{115 - 100}{15} = 1.5$$

$$\sigma = 15 \quad \mu = 100$$

$$X = 115$$

$$P(Z \leq 1.5) = 0.9332$$



مثال: اگر دو اندازه از جامعه برای ۱۳ و ۱۹ ران در اندازه بر حسب متر استاندارد ۵ و ۳ باشد، باین

و اعز معیار آن را حساب کنید.

$$X_1 = 13$$

$$Z_1 = 5$$

$$X_2 = 19$$

$$Z_2 = 3$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$Z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma}$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{13 - \mu}{\sigma}$$

$$\Rightarrow 13 - \mu = 5\sigma \Rightarrow \underline{\mu = 13}$$

$$Z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{19 - \mu}{\sigma}$$

$$\Rightarrow 19 - \mu = 3\sigma$$

$$(\mu = 13) \Rightarrow$$

$$19 - 13 = 3\sigma$$

$$\Rightarrow 6 = 3\sigma$$

$$\Rightarrow \underline{\sigma = 2}$$